



Matemática

Estadística Descriptiva

Prof. Laura Norambuena Candia

Aprendizajes esperados



- Determinar medidas de tendencia central en datos agrupados.
- Determinar medidas de posición.
- Calcular las medidas de tendencia central a partir de datos agrupados y no agrupados.
- Interpretar las medidas de tendencia central a partir de tablas y gráficos.

Definiciones

- **Estadística:** Es una rama de la matemática que comprende métodos y técnicas que se emplean en la recolección, ordenamiento, resumen, análisis, interpretación y comunicación de conjuntos de datos.
- **Población:** Es un conjunto cuyos elementos poseen alguna característica común que se quiere estudiar, ya sea de individuos, de animales, de objetos, de medidas, de producciones, de acontecimientos o de sucesos.

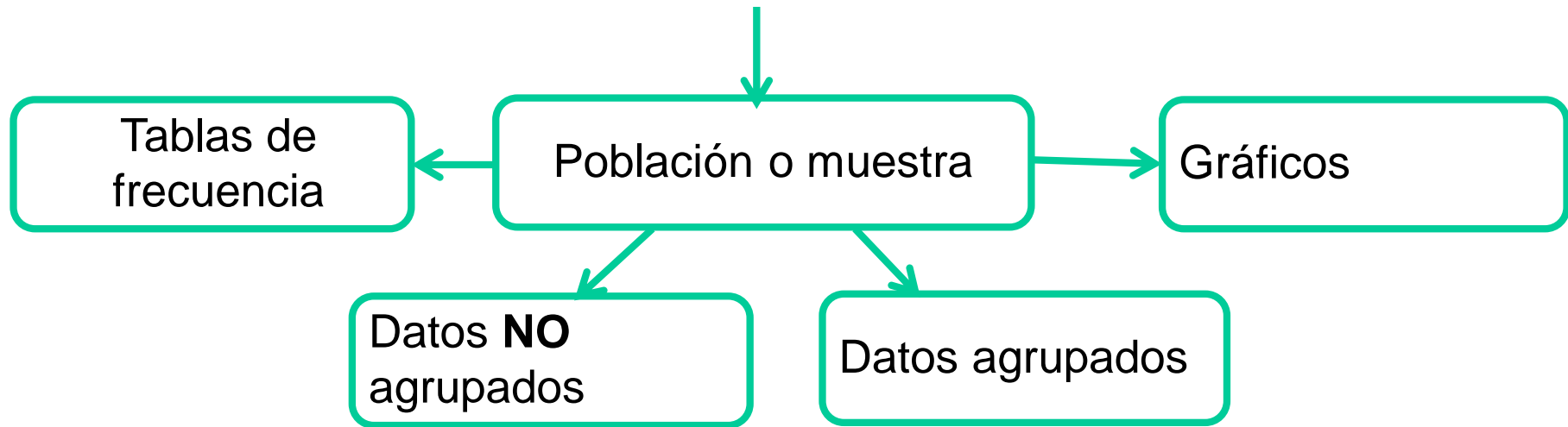
Las poblaciones pueden ser finitas o infinitas.

- **Muestra:** Es un subconjunto de la población, que debe ser representativa y aleatoria.

Definiciones

- **Variable Cualitativa:** Son aquellas cuando las observaciones realizadas se refieren a un atributo (**no son numéricas**), por ejemplo: sexo, nacionalidad, profesión, etc.
- **Variable Cuantitativa:** Son aquellas en que cada observación tiene un valor expresado por un número real, por ejemplo: peso, temperatura, salario, etc.
 - **Discretas:** Que toman sólo **valores enteros**, por ejemplo: número de hijos, número de departamentos en un edificio, etc.
 - **Continuas:** Susceptibles de tomar cualquier valor, por ejemplo: el peso, la estatura, etc.

Estadística



7mo

Medidas de tendencia central

Media aritmética

Mediana

Moda

Medidas de posición

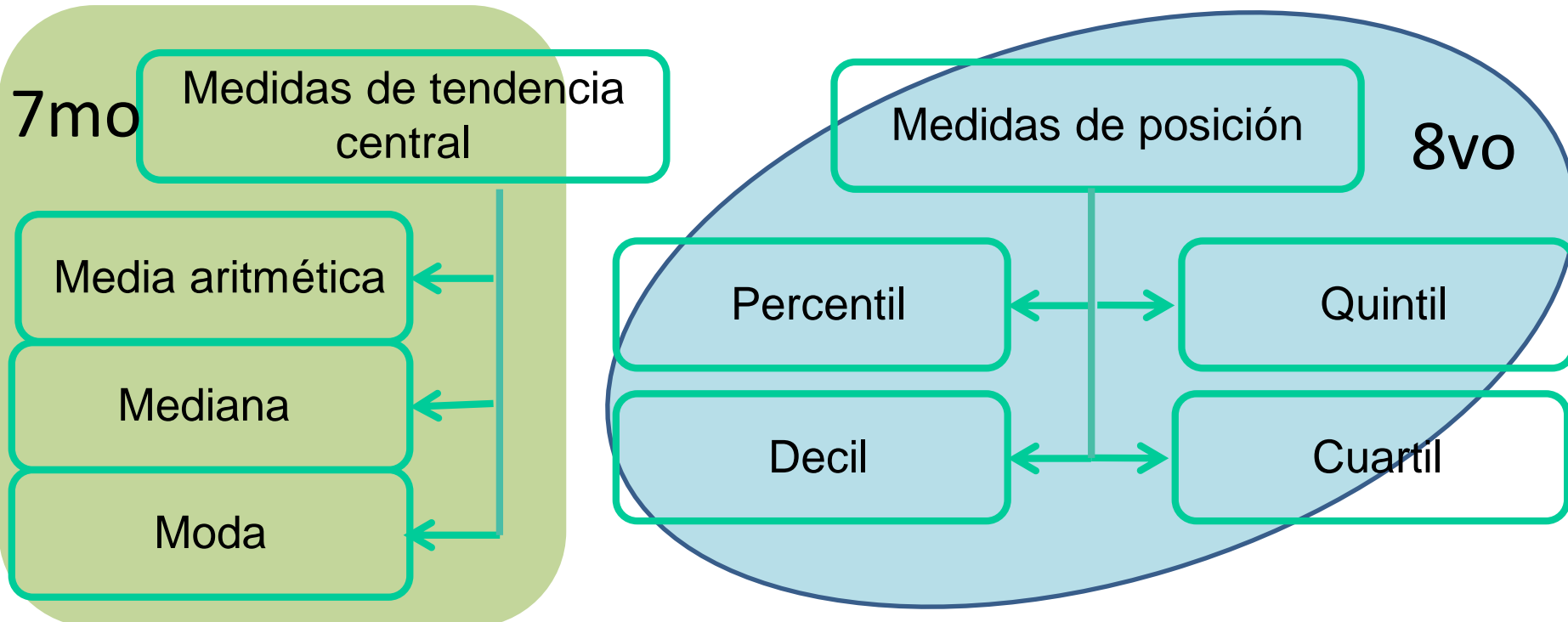
8vo

Percentil

Quintil

Decil

Cuartil



Datos estadísticos

La Estadística es la parte de la matemática encargada de recopilar, organizar, presentar y analizar datos obtenidos de un estudio.

Un grupo de n datos se pueden representar mediante la notación:

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, \dots, x_n$$

Ejemplo

Las notas de un alumno son **4,5; 5,2; 6,4; 5,8** y **6,7**.

Podemos expresar estos 5 datos como:

$$x_1 = 4,5; \quad x_2 = 5,2; \quad x_3 = 6,4, \quad x_4 = 5,8; \quad x_5 = 6,7.$$

Medidas de tendencia central

Las medidas de tendencia central entregan información resumida acerca de un conjunto de datos.

Las medidas de tendencia central son:

- Media aritmética (o promedio)
- Mediana
- Moda

Media aritmética (o promedio)

La media aritmética (o promedio) corresponde al número que se obtiene al dividir la “**suma de todos los valores**” por el “**número de datos**” .

Para representar la media aritmética se utiliza el símbolo: \bar{x}

Fórmula

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

Donde ***n*** representa el número de datos.

Media aritmética (o promedio)

Ejemplo

¿Cuál es la media aritmética (o promedio) de los datos: 3, 5, 8, 8, 10, 12, 24, 30?

Podemos observar que el número de datos es $n = 8$.

Para calcular la media aritmética de estos datos se debe sumar todos los datos y dividir esta suma por 8, es decir:

$$\bar{x} = \frac{3 + 5 + 8 + 8 + 10 + 12 + 24 + 30}{8} \quad (\text{Sumando})$$

$$\bar{x} = \frac{100}{8}$$

$$\bar{x} = 12,5$$

Observación

La media aritmética **no** necesariamente está en el grupo de datos.

Media aritmética (o promedio)

Ejemplo

El promedio de un alumno que tiene 4 notas es 6,2. Si tres de estas notas son 5,5 ; 6,5 y 7,0, ¿cuál fue su cuarta nota?

En este caso, $n = 4$.

Sea x_4 la nota que falta, entonces se tiene:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4} \quad (\text{Reemplazando})$$

$$6,2 = \frac{5,5 + 6,5 + 7,0 + x_4}{4} \quad (\text{Sumando las notas y multiplicando por 4})$$

$$4 \cdot 6,2 = 19 + x_4 \quad (\text{Multiplicando})$$

$$24,8 = 19 + x_4 \quad (\text{Restando 19})$$

$$24,8 - 19 = x_4$$

$$5,8 = x_4$$

Mediana

La mediana (M_e) o percentil 50 de un conjunto de datos es el valor que ocupa la posición central cuando los datos han sido ordenados (en forma creciente o decreciente).

Para calcular la mediana se debe ordenar los datos de menor a mayor (o de mayor a menor) y encontrar el dato central.

La mediana es el valor que deja por debajo y por encima de él, el mismo número de observaciones.


Mediana

Ejemplo

¿Cuál es la mediana de los datos 5, 6, 3, 12, 7?

Ordenando los datos de menor a mayor se tiene:

3, 5, 6, 7, 12



M_e

Podemos observar que el dato central es el 6.

Luego, la mediana es $M_e = 6$.

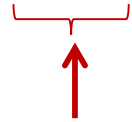
Mediana (o percentil 50)

Ejemplo

¿Cuál es la mediana de los datos 15, 10, 25, 30, 5, 40?

Ordenando los datos de menor a mayor se tiene:

5, 10, 15, 25, 30, 40



$$M_e = 20$$

En este caso, los datos quedan divididos en dos grupos de 3 datos.

La mediana es el promedio entre 15 y 25.

Luego, la mediana es $M_e = 20$.

Observación

La mediana **no** necesariamente está en el grupo de datos.

Mediana (o percentil 50)

Al analizar los ejemplos anteriores, podemos distinguir dos casos:

En un grupo de datos, donde n es el número total de ellos, se tiene:

- Si n es impar, entonces la mediana es el dato que está en la posición $\frac{n+1}{2}$.
- Si n es par, entonces la mediana se encuentra en la mitad y es el promedio de los datos centrales, los de ubicación $\frac{n}{2}$ y $\frac{n}{2} + 1$.

Moda

La moda (M_o) de un grupo de datos, corresponde al valor más frecuente, es decir, el que más se repite.

En un conjunto de datos puede haber una o más **modas**, e incluso puede no haber moda.

Ejemplo

¿Cuál es la moda en la distribución 2, 4, 4, 4, 5, 5, 7, 9?

El dato que más se repite es el 4.

Por lo tanto, la moda $M_o = 4$.

Moda

Ejemplo

¿Cuál es la moda de los datos 12, 13, 13, 16, 17, 17, 20, 28?

Podemos observar que los datos 13 y 17 se repiten 2 veces cada uno, luego, hay dos modas.

Por lo tanto, la moda es $M_o = 13$ y $M_o = 17$.

Ejemplo

En los datos: 2, 2, 2, 8, 8, 8, 10, 10, 10, 15, 15, 15, ¿cuál es la moda?

En el ejemplo, podemos observar que los datos 2, 8, 10 y 15, se repiten el mismo número de veces.

Por lo tanto, en este caso **NO** hay moda.

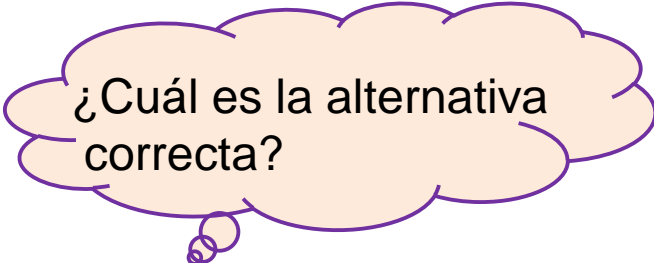
Apliquemos nuestros conocimientos

1. En un grupo de 10 amigos, las edades son: 12, 12, 12, 12, 15, 15, 15, 16, 16, 17. ¿Cuál es la moda de la edad de los amigos?

- A) 12 años
- B) 10 años
- C) 14,2 años
- D) 15 años
- E) 15,5 años

A

Habilidad: Conocimiento

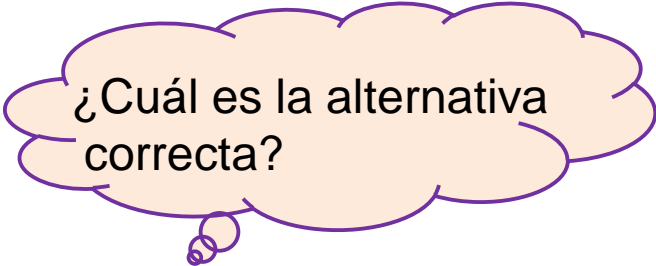


¿Cuál es la alternativa correcta?

Apliquemos nuestros conocimientos

2. Un alumno quiere tener promedio final 6,0 en Física. Si son 5 notas en total y en las primeras 4 su promedio es de 5,8, ¿cuál debe ser la quinta nota para obtener el promedio que quiere?

- A) 6,2
- B) 6,4
- C) 6,8
- D) 6,9
- E) 7,0



¿Cuál es la alternativa correcta?

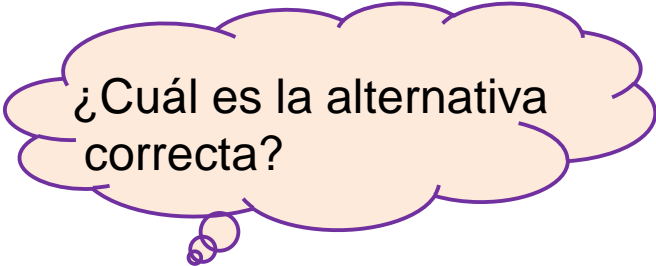
C

Habilidad: Aplicación

Apliquemos nuestros conocimientos

3. En los siguientes datos: 56, 96, 23, 52, 35, 78, 18, 100, 49, 23; la mediana es

- A) 23
- B) 35
- C) 48
- D) 50,5
- E) 53



¿Cuál es la alternativa correcta?

D

Habilidad: Aplicación

Apliquemos nuestros conocimientos

4. De los datos: $5p$, $7p$, $6p - 5$, $2p + 9$, con $p \in \mathbb{N}$, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s)?

I) La moda es p .

II) La media aritmética (o promedio) es $5p + 1$.

III) Si $p = 1$, entonces la mediana de los nuevos datos es 6.

A) Solo I

B) Solo II

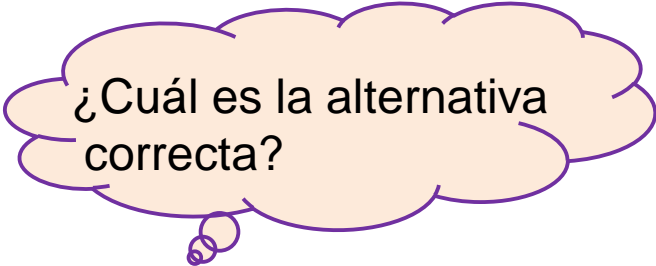
C) Solo III

D) Solo II y III

E) I, II y III

Habilidad: Análisis

D



¿Cuál es la alternativa correcta?

Apliquemos nuestros conocimientos

5. De los siguientes datos : 20, 18, 24, 20, 4, 16, 12, 18, 4, 19, 11, 16, 5, 24, ¿cuál es la mediana de las modas de la muestra?

- A) 12
- B) 14
- C) 15,07
- D) 16
- E) 18

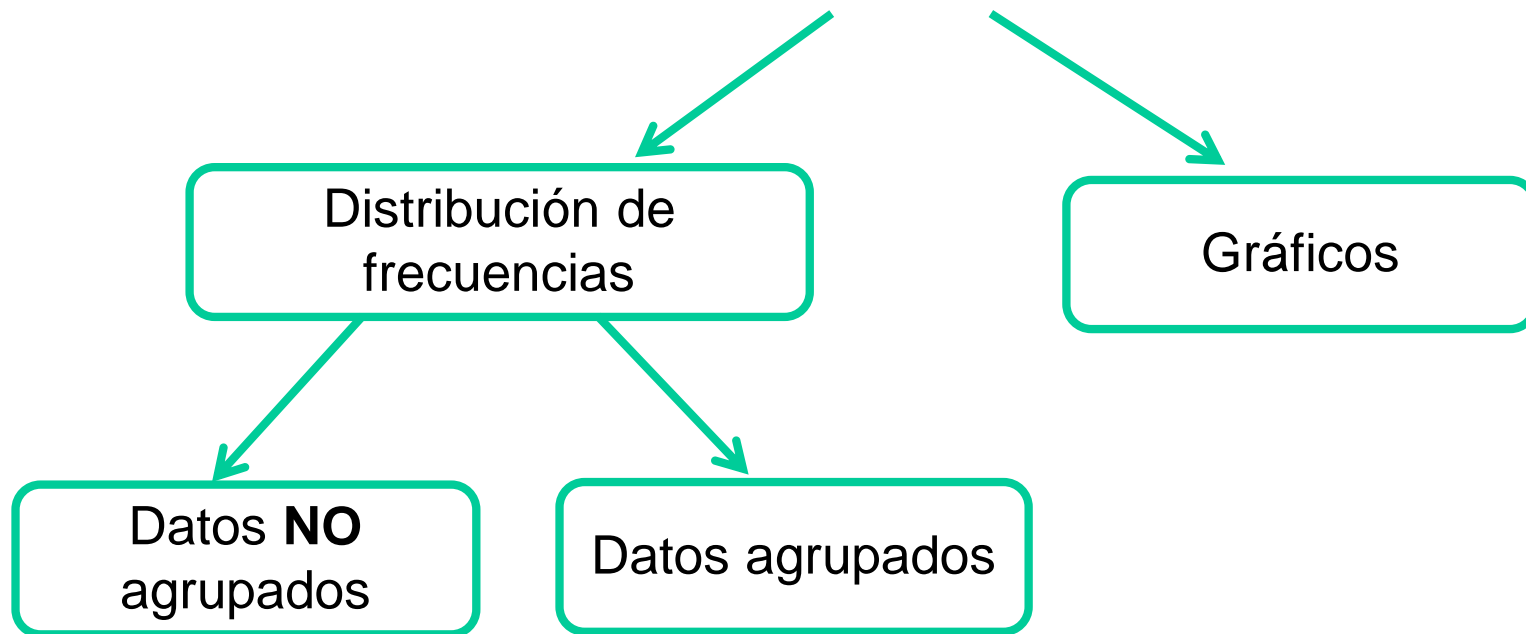


Habilidad: Comprensión

¿Cuál es la alternativa correcta?

Contenidos

Estadística II



Distribución de frecuencias

Corresponde al ordenamiento de datos cuando en un estudio estadístico se recopila una gran cantidad de ellos.

Existen dos tipos de distribución de frecuencias:

- **Datos NO agrupados**
- **Datos agrupados**



Frecuencia: Es la cantidad de veces que se repite un dato en una muestra.

Datos NO agrupados

Se utiliza comúnmente cuando las opciones de variables son pocas.

Ejemplo

Ordenar los datos siguientes en una tabla de frecuencias:

5, 6, 2, 1, 5, 2, 6, 5, 7, 1, 6, 6, 2, 5, 6

Número	Frecuencia
1	2
2	3
5	4
6	5
7	1

$$n = 15$$

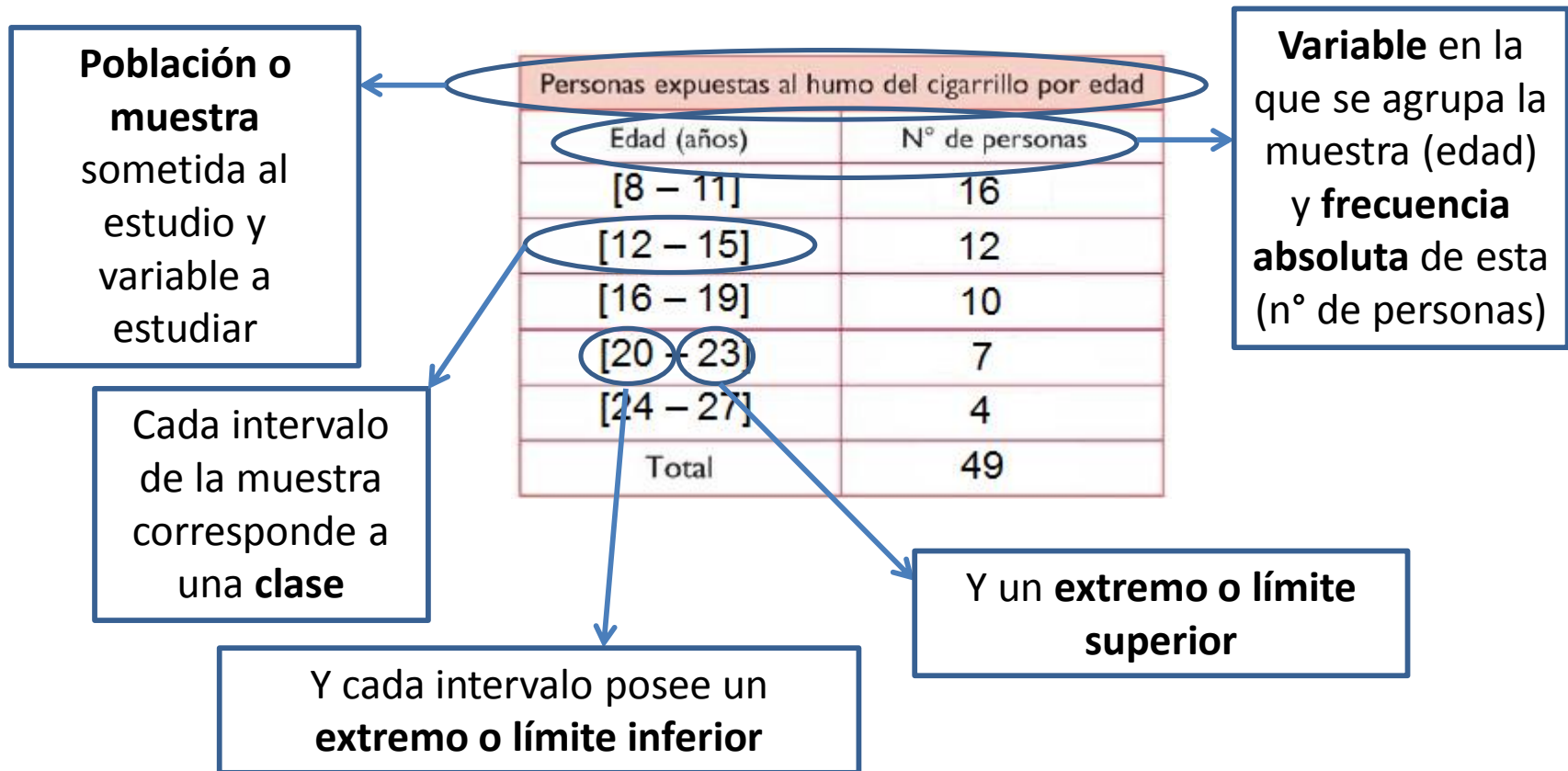


Al sumar la columna de la frecuencia, se obtiene el número total de datos (n).

Datos agrupados

Construcción de tablas

Antes de construir una tabla de frecuencias primero debes conocer sus componentes:



Tablas de frecuencias

Frecuencia acumulada:

Corresponde a la acumulación de las frecuencias de los datos ordenados en orden creciente.

Frecuencia relativa:

Corresponde a la razón entre la frecuencia y el número total de datos (n). Puede ser expresada en porcentaje.

Dato	Frecuencia	Frecuencia acumulada	Frecuencia relativa
x_1	f_1	f_1	$\frac{f_1}{n} \cdot 100\%$
x_2	f_2	$f_1 + f_2$	$\frac{f_2}{n} \cdot 100\%$
...
x_n	f_n	$f_1 + f_2 \dots + f_n$	$\frac{f_n}{n} \cdot 100\%$

Tablas de frecuencias

Ejemplo

Construir una tabla de frecuencias para los datos:

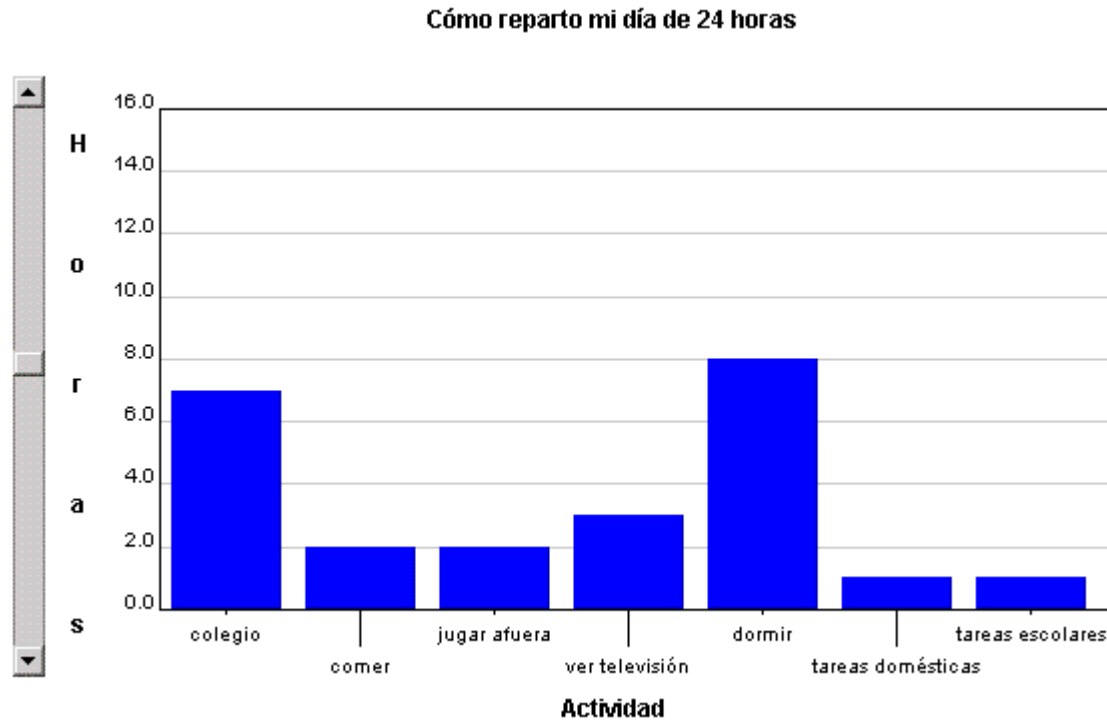
5, 6, 2, 1, 5, 2, 6, 5, 7, 1, 6, 6, 2, 5, 6

Dato	Frecuencia	Frecuencia acumulada	Frecuencia relativa
1	2	2	$\frac{2}{15} \cdot 100\% = 13,3\%$
2	3	$2 + 3 = 5$	$\frac{3}{15} \cdot 100\% = 20\%$
5	4	$5 + 4 = 9$	$\frac{4}{15} \cdot 100\% = 26,6\%$
6	5	$9 + 5 = 14$	$\frac{5}{15} \cdot 100\% = 33,3\%$
7	1	$14 + 1 = 15$	$\frac{1}{15} \cdot 100\% = 6,6\%$

Gráficos

La información también puede ser representada en gráficos de barra de frecuencias (o histogramas).

Ejemplo

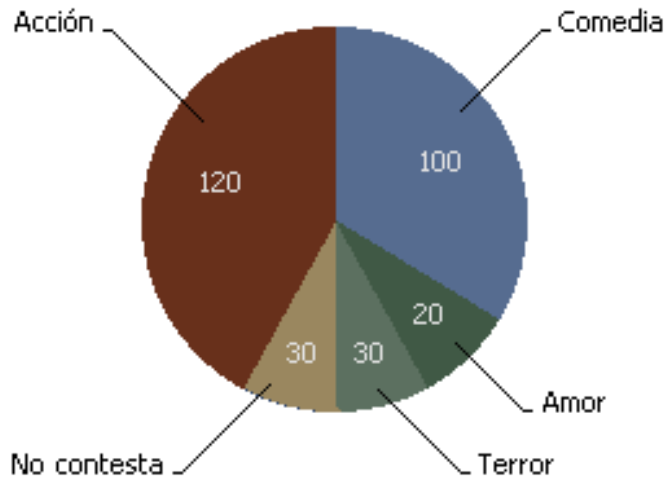


Gráficos

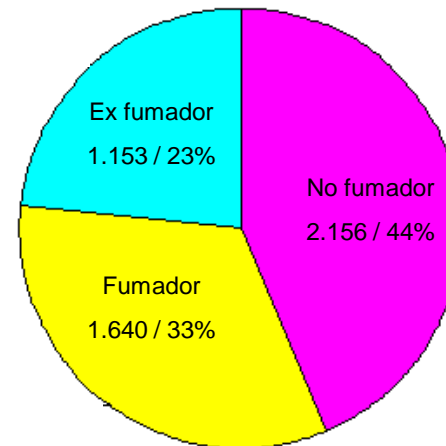
El gráfico circular sirve para presentar la información de los datos, su frecuencia, o la frecuencia relativa.

Ejemplos

¿Qué tipo de película prefiere?



¿Fuma o ha fumado?

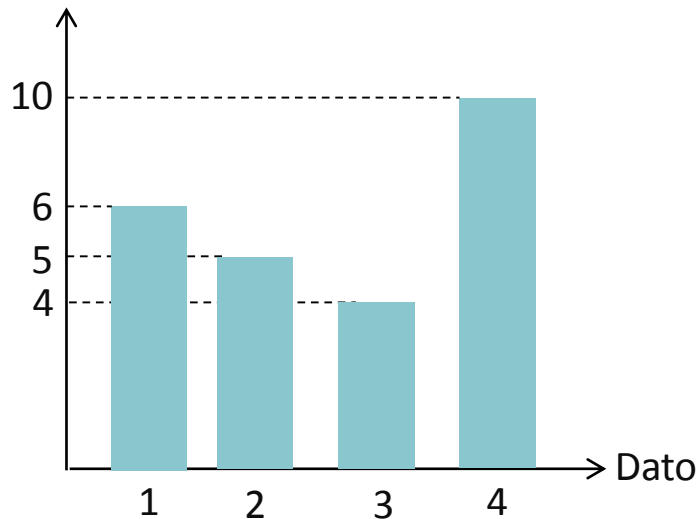


Gráficos

Ejemplo

Según la información del gráfico, ¿cuál es el número total de datos de la muestra?

Frecuencia



Construyendo la tabla de frecuencias de los datos se tiene:

Dato	Frecuencia
1	6
2	5
3	4
4	10

Sumando las frecuencias, el número de datos es:

$$n = 6 + 5 + 4 + 10 = 25.$$

Datos agrupados

Se utiliza cuando hay una gran cantidad y variedad de datos, por lo que es conveniente agruparlos en intervalos semiabiertos, excepto el último, que es cerrado.

Marca de clase:

Corresponde al valor central de cada intervalo. Es el promedio de los extremos del intervalo.

Ejemplo

Las estaturas de los alumnos de un colegio viene dada por la tabla:

Estatura (cm)	Frecuencia	Marca de clase
[150, 160[120	155
[160, 170[240	165
[170, 180[150	175
[180, 190]	80	185

1. Medidas de tendencia central en datos agrupados



1.1 Datos agrupados

Los datos se encuentran clasificados dentro de **intervalos** o **clases**, por lo cual resulta imposible conocer sus valores precisos.

Ejemplo: La tabla adjunta representa las edades de los participantes en un grupo deportivo, agrupadas en intervalos.

Edad (años)	Frecuencia
[8 – 11]	16
[12 – 15]	12
[16 – 19]	10
[20 – 23]	7
[24 – 27]	4

1. Medidas de tendencia central en datos agrupados



1.1 Datos agrupados

Cada intervalo puede ser representado por un solo valor, llamado **marca de clase**, que corresponde al promedio entre los extremos del intervalo.

En el ejemplo, la **marca de clase** de cada intervalo es

Edad (años)	Frecuencia	Marca de clase
[8 – 11]	16	9,5
[12 – 15]	12	13,5
[16 – 19]	10	17,5
[20 – 23]	7	21,5
[24 – 27]	4	25,5

1. Medidas de tendencia central en datos agrupados



1.1 Datos agrupados

El **intervalo modal (o clase modal)** corresponde al intervalo que tiene la mayor frecuencia. En este caso, es $[8 - 11]$. Esto **NO** significa que en ese intervalo se encuentre la moda de la muestra.

El **intervalo donde se encuentra la mediana** se determina ubicando la posición central, de acuerdo a las frecuencias acumuladas.

Edad (años)	Frecuencia	Frecuencia acumulada
$[8 - 11]$	16	16
$[12 - 15]$	12	28
$[16 - 19]$	10	38
$[20 - 23]$	7	45
$[24 - 27]$	4	49

Posición 17
a posición 28

Como hay 49 datos en total, la mediana se encuentra en la posición 25. Luego, el **intervalo donde se encuentra la mediana** es $[12 - 15]$.

1. Medidas de tendencia central en datos agrupados



1.1 Datos agrupados

El **promedio obtenido a partir de la marca de clase** se determina utilizando la frecuencia y la marca de clase de cada intervalo.

Edad (años)	Frecuencia	Marca de clase	Frecuencia · Marca de clase
[8 – 11]	16	9,5	152
[12 – 15]	12	13,5	162
[16 – 19]	10	17,5	175
[20 – 23]	7	21,5	150,5
[24 – 27]	4	25,5	102
Total	49		741,5

$$\text{Promedio} = \frac{741,5}{49} = 15,132... \text{ años}$$

Este resultado es un valor aproximado del valor real, a falta de mayor precisión en los datos.

Media aritmética (o promedio)

Cuando se conoce la frecuencia de los datos, la media aritmética (o promedio) se calcula mediante la fórmula:

$$\bar{x} = \frac{x_1 \cdot f_1 + x_2 \cdot f_2 + \dots + x_n \cdot f_n}{n}$$

Con **n** : número total de datos, y **f_i** la frecuencia del dato **x_i** .

Media aritmética (o promedio)

Ejemplo

Según la información de la tabla, calcular la media aritmética (o promedio) de los datos.

Dato	Frecuencia
1	6
2	5
3	4
4	10

$$n = 25$$

Sumando las frecuencias, se obtiene:

$$n = 6 + 5 + 4 + 10 = 25.$$

$$\bar{x} = \frac{x_1 \cdot f_1 + x_2 \cdot f_2 + \dots + x_n \cdot f_n}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{1 \cdot 6 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 10}{25}$$

$$\bar{x} = \frac{6 + 10 + 12 + 40}{25}$$

$$\bar{x} = \frac{68}{25} \quad \Rightarrow \quad \bar{x} = 2,72$$

Moda

- Recordemos que en una distribución de datos **NO** agrupados, la moda es el **dato** de mayor frecuencia.
- En una distribución de datos agrupados, se llama **intervalo modal** al **intervalo** que tiene mayor frecuencia.

Ejemplo

¿Cuál es el intervalo modal en la siguiente distribución de datos agrupados?

Dato	Frecuencia
[1,3[10
[3,5[13
[5,7[14
[7,9]	4

El intervalo modal es el que tiene mayor frecuencia, por lo tanto en este ejemplo es [5,7[

Mediana

- Recordemos que en una distribución de datos **NO** agrupados, la mediana es el dato central cuando los datos han sido ordenados en forma creciente (o decreciente).
- Si el número de datos es impar, la mediana corresponde al valor central. Si el número de datos es par, la mediana corresponde al promedio entre los dos valores centrales.
- En una distribución de datos agrupados, la mediana se encuentra en el intervalo que contenga el dato central.

Mediana

Ejemplo

¿En qué intervalo se encuentra la mediana en la siguiente distribución de datos agrupados?

Dato	Frecuencia
[1,3[10
[3,5[13
[5,7[14
[7,9]	4

Si sumamos las frecuencias vemos que el total de datos es 41, por lo tanto la mediana se encuentra en el intervalo que contiene al dato de ubicación 21.

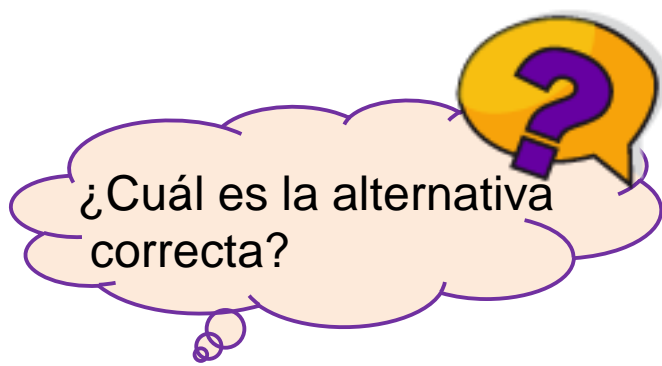
Este dato se encuentra en el intervalo [3,5[.

Apliquemos nuestros conocimientos

1. Según la tabla de adjunta, ¿cuál es la frecuencia del dato 3?

- A) 3
- B) 7
- C) 15
- D) 18
- E) 25

Dato	Frecuencia acumulada
1	15
2	18
3	25
4	35



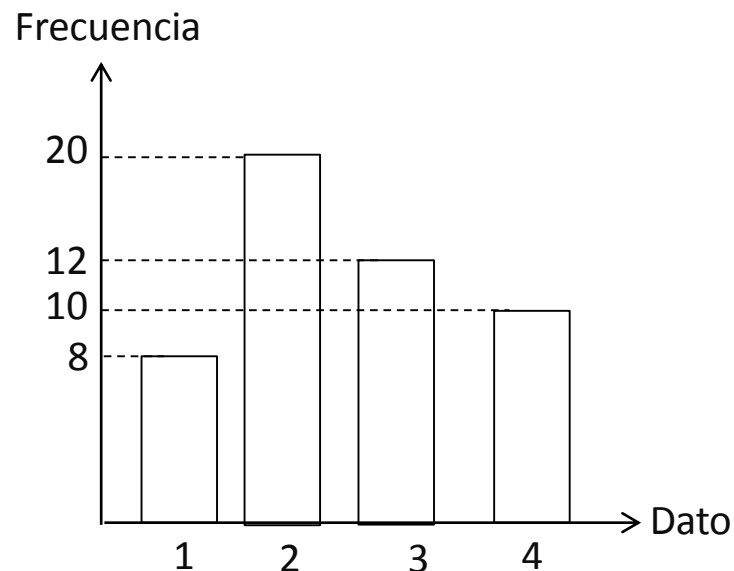
B

Habilidad: Aplicación

Apliquemos nuestros conocimientos

2. Según el gráfico de la figura, ¿cuál es la frecuencia relativa del dato 2?

- A) 2%
- B) 20%
- C) 40%
- D) 50%
- E) 75%



C

¿Cuál es la alternativa correcta?

Habilidad: Aplicación

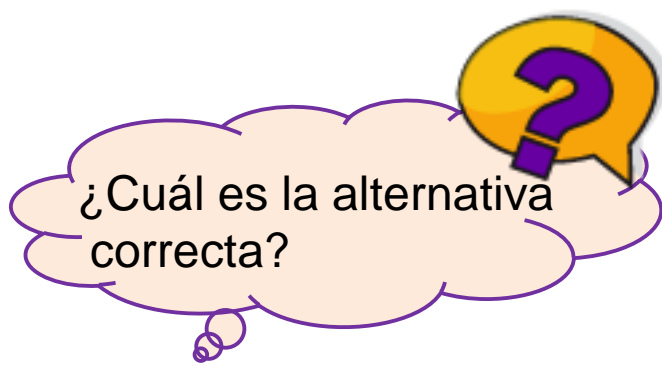
Apliquemos nuestros conocimientos

3. Según la tabla adjunta, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s)?

- I) El número total de datos es 75.
- II) La frecuencia acumulada hasta el dato 20 es 42.
- III) La frecuencia relativa del dato 15 es 30%.

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo I y II
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

Dato	Frecuencia
5	2
10	10
15	25
20	5
25	8



B

Habilidad: Análisis

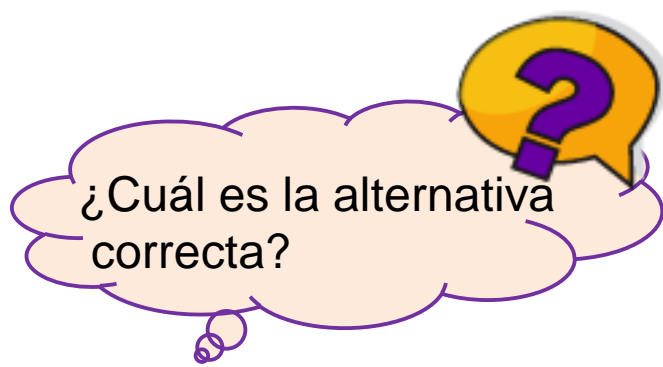
Apliquemos nuestros conocimientos

4. En la tabla adjunta, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s)?

- I) La marca de clase del intervalo $[10, 15[$ es 12,5.
- II) El intervalo modal es $[25, 30]$.
- III) La mediana se encuentra en el intervalo $[20, 25[$.

- A) Solo I
- B) Solo I y II
- C) Solo I y III
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

Intervalos	Frecuencia
$[10, 15[$	42
$[15, 20[$	23
$[20, 25[$	35
$[25, 30]$	86

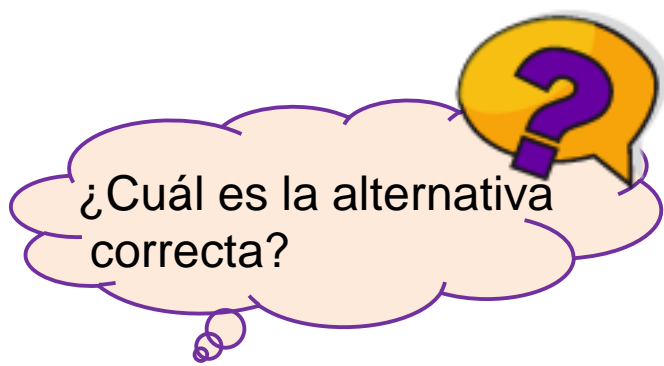
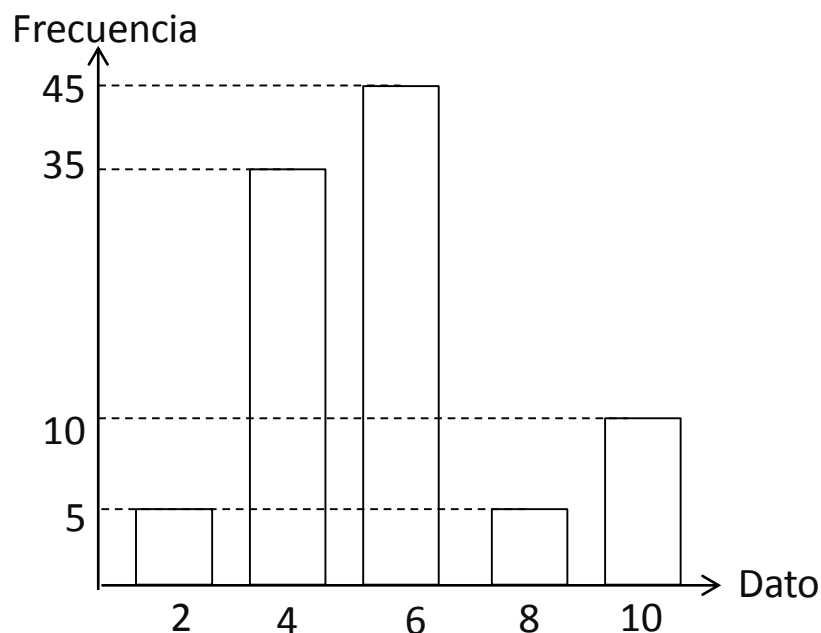


Habilidad: **Análisis**

Apliquemos nuestros conocimientos

5. Según el gráfico, ¿cuál es el valor de la media aritmética (o promedio)?

- A) 3,3
- B) 5,6
- C) 9,5
- D) 56
- E) 560



B

Habilidad: Aplicación

Si eres mas “visual” y/o “auditivo” para aprender, o simplemente quieres complementar mas el contenido visto, les recomiendo ver los siguientes links:

<https://www.youtube.com/watch?v=d6rrvuxBoY8&list=PLA0brQx7U3OWbTCcUmm7KJmwdfcVpxpuq&index=1>

<https://www.youtube.com/watch?v=xGp-IGEskx0&list=PLA0brQx7U3OWbTCcUmm7KJmwdfcVpxpuq&index=2>

<https://www.youtube.com/watch?v=Pqbv6e3eDjQ&list=PLA0brQx7U3OWbTCcUmm7KJmwdfcVpxpuq&index=3>

<https://www.youtube.com/watch?v=86-1hFMlffM&list=PLA0brQx7U3OWbTCcUmm7KJmwdfcVpxpuq&index=4>

<https://www.youtube.com/watch?v=dnpcKL1BWA4&list=PLA0brQx7U3OWbTCcUmm7KJmwdfcVpxpuq&index=5>

<https://www.youtube.com/watch?v=LgJ1vJHfCQM&list=PLA0brQx7U3OWbTCcUmm7KJmwdfcVpxpuq&index=6>